

## **'Effetto irrigidente dei tamponamenti nei telai in c. a.'**

M. Papia, L. Cavaleri

*La pubblicazione sul sito di NOVAINGEGNERIA avviene  
su gentile consenso dei rispettivi Autori.*

*L'Articolo a seguire è anche inserito nell'area Risorse/Contributi del sito.*

L'articolo a seguire può avere utili risvolti applicativi, nell'ambito della modellazione fem, allorquando si debbano determinare le rigidzze di puntoni idonei a simulare i pannelli murari all'interno dei telai in c.a.. E' noto che la presenza dei tamponamenti influenza la risposta sismica.

E' utile ricordare che in ambito fem l'elemento che si presta ad una simile modellazione è un elemento tipo *GAP* (non lineare, sola compressione), combinato con analisi dinamico-sismiche, efficienti per gestire non linearità in numero limitato e concentrate in elementi ben definiti.

Ing. Salvatore Palermo

# EFFETTO IRRIGIDENTE DEI TAMPONAMENTI NEI TELAI IN C. A.

**MAURIZIO PAPIA, Università di Palermo**  
**LIBORIO CAVALERI, Università di Palermo**

## SUMMARY

*Eurocode 8 proposes additional design measures to consider the modified seismic response of framed structures in the presence of masonry infills without structural connections to the surrounding frames (non structural elements). The effectiveness of these specific provisions can be verified by a careful definition of a diagonal pin-jointed strut, able to represent the horizontal force-interstorey displacement cyclic law of the actual infill, and to be modelled easily by calculus codes of common use. The present paper shows results of a numerical analysis carried out to determine the ideal cross-section of the aforementioned equivalent strut exhibiting the lateral stiffness of the infill during the conventional elastic phase of the response. Contrary to what usually made in the literature, the proposed approach also involves the axial stiffnesses of the structural elements characterizing the simplified scheme of the infilled frame, because axial stiffnesses besides flexural stiffnesses govern the response of a one-way and one-storey frame stiffened by a diagonal element and subjected to horizontal force. The numerical analysis also concerns the case of infills with openings, which is not often treated in the literature but very common in practical applications.*

## 1. INTRODUZIONE

La risposta strutturale di una generica maglia di telaio soggetta a forze orizzontali in presenza di tamponatura è stata analizzata in numerosi studi, a partire dalla fine degli anni '50. L'interesse con cui il tema è stato affrontato con pressoché uniforme continuità fino ad oggi può essere giustificato dalle seguenti considerazioni: - le indagini sperimentali su cui si basa buona parte dei lavori presenti in letteratura conducono a risultati fortemente influenzati dal tipo di pannello costituente il tamponamento e dalle modalità di prova; esse pertanto hanno consentito di dedurre considerazioni qualitativamente significative sui comportamenti rilevati, ma non di generalizzare le

espressioni empiriche dedotte per la valutazione della rigidità laterale complessiva e della resistenza ultima del sistema telaio-pannello ai fini delle concrete applicazioni; - la possibilità, col passare degli anni, di disporre di programmi di calcolo sempre più spinti ha indotto diversi studiosi a proporre modellazioni quanto più possibile dettagliate, nell'intento di chiarire e interpretare la dispersione dei risultati sperimentali sopra commentati; - l'aggiornamento delle normative, conseguente alla richiesta di controlli prestazionali sempre più rigorosi, ha pressoché definitivamente sancito come sia assolutamente inadeguato e, soprattutto, non sempre cautelativo, trascurare l'effetto dei tamponamenti nell'analisi sismica delle strutture intelaiate.

I lavori citati in bibliografia, che costituiscono soltanto alcuni dei numerosi contributi disponibili, oltre a confermare le precedenti osservazioni, evidenziano come l'obiettivo di valutare la rigidità laterale offerta dal pannello di tamponamento e quello di prevedere le modalità di collasso del sistema in relazione a una delle diverse possibili cause, sotto l'azione di carichi orizzontali monotonicamente crescenti, siano stati nel tempo aggiornati, coerentemente all'evolversi dei metodi di analisi strutturale. Si è pertanto presa in considerazione l'azione di carichi ciclici, che più da vicino simulano l'effetto sismico, e nei confronti dei quali è richiesta la conoscenza di un legame ciclico forza orizzontale-spostamento, di tipo non lineare, isteretico e caratterizzato da degrado conseguente all'evolversi del danno.

La ricerca di un legame di questo tipo, l'unico che consente di seguire al passo la risposta sismica della struttura tamponata, implica la necessità di rinunciare a cogliere gli effetti locali dovuti all'interazione telaio-pannello, confermando l'opportunità di utilizzare ancora il classico modello di "puntone equivalente", già proposto nei primi anni '60 (Holmes, 1961), seppure considerevolmente implementato alla luce delle precedenti considerazioni.

Il presente lavoro intende fornire un contributo all'aggiornamento di questo modello, limitatamente allo studio della fase elastica convenzionale della risposta, allo scopo di definire un modello di calcolo sufficiente a verificare le "additional design measures for masonry infilled frames" contenute nell'EC8, a meno di quelle relative alla prevenzione di rotture fragili dei pannelli, per le quali si richiede la conoscenza delle condizioni di stato ultimo, su cui si indagherà nel prosieguo della ricerca.

Rispetto ai metodi già disponibili, che conducono alla determinazione della larghezza

del puntone equivalente al pannello ai fini della rigidezza laterale, questo studio si differenzia essenzialmente per i seguenti aspetti: - il proporzionamento del puntone risulta dipendente, oltre che dalla rigidezza laterale del telaio non controventato, anche dalla rigidezza assiale dei suoi elementi (prevalentemente dei pilastri), che inevitabilmente viene chiamata in causa dallo schema a "nodi fissi" che si realizza per la presenza del puntone stesso; - la risoluzione "esatta" del sistema telaio-pannello, quest'ultimo schematizzato come una lastra piana, viene condotta adottando per il pannello una discretizzazione in elementi di contorno, cosa che consente una più agevole e più precisa risoluzione del problema di contatto nelle regioni in cui telaio e pannello si trasmettono sforzi mutui di compressione; - le tensioni tangenziali mutue tra telaio e pannello nelle suddette regioni sono governate da un legame di tipo attritivo (questa ipotesi è assunta anche in Saneinejad e Hobbs, 1995, dove però le tensioni mutue sono supposte costanti per ogni lato lungo la regione di contatto); - il pannello di tamponamento, visto come una lastra piana, è caratterizzato, oltre che dal modulo elastico, anche dal coefficiente di Poisson; conseguentemente la sezione del puntone equivalente viene definita in funzione anche di questo parametro; - con la stessa procedura utilizzata per il caso di pannello pieno si analizzano i casi di pannelli con apertura, correlando la perdita di rigidezza laterale alla dimensione del vano.

## 2. MODELLO DI CALCOLO

### 2.1. POSIZIONE DEL PROBLEMA E SIMBOLI

I risultati di indagini sperimentali condotte considerando telai in acciaio o c.a. e pannelli di tamponamento di diversa composizione mostrano

che, in tutti i casi, le rigidezze flessionali delle travi della generica maglia del telaio hanno una influenza trascurabile sulla rigidezza laterale del sistema telaio-pannello.

Questa osservazione, esplicitamente riportata in buona parte dei lavori citati in bibliografia, consente di ricercare la sezione del puntone equivalente, che sostituisce il pannello ai fini della rigidezza laterale, con riferimento allo schema di Fig. 1 a), dove si considera un semplice portale tamponato, avente i ritti incastrati al piede ad una trave rigida di fondazione. Nella stessa figura l'azione sismica trasmessa dall'impalcato è rappresentata come una forza orizzontale uniformemente distribuita lungo l'asse longitudinale baricentrico della trave di piano.

La Fig. 1 b) rappresenta il modello di calcolo semplificato che si intende utilizzare per valutare la risposta strutturale del sistema, tenuto conto che i due sottosistemi si separano in assenza di azioni mutue di compressione. Essendo nota la forza esterna e rappresentati con l'usuale schema ad assi gli elementi strutturali costituenti il telaio, l'unica incognita nello schema proposto in Fig. 1 b) è la larghezza da attribuire alla sezione del puntone, per il quale si assumono lo stesso spessore e lo stesso modulo elastico del pannello effettivo.

Di seguito si indica con  $s$  lo spessore del pannello e con  $w$  la larghezza incognita della sezione del puntone; i simboli  $A$ ,  $k$ ,  $I$ , sono usati rispettivamente per definire aree, rigidezze assiali e momenti di inerzia, mentre  $E$  e  $D$  indicano moduli elastici e rigidezze laterali.

Le grandezze che si riferiscono al puntone diagonale saranno contrassegnate con il pedice  $( )_d$ , mentre i pedici  $( )_c$ ,  $( )_t$ ,  $( )_f$ , sono utilizzati per grandezze relative rispettivamente ai pilastri, alla trave, al telaio. I dati geometrici qui non esplicitamente definiti sono rilevabili dalla Fig. 1.

Il procedimento che segue prevede pilastri di uguale sezione e orientamento; il livello di appros-

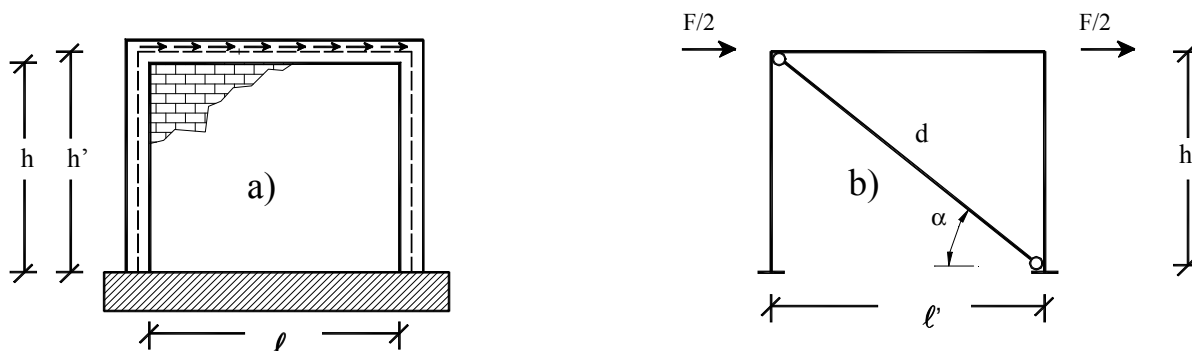


Figura 1. a) Schema strutturale ; b) Modello di calcolo semplificato

simulazione conseguente a schemi per i quali tale ipotesi non risulta verificata è certamente compatibile con le semplificazioni introdotte a base del criterio che si propone, rendendo quindi applicabili, entro certi limiti, i risultati qui presentati. Analoghe considerazioni del resto valgono relativamente ai criteri di modellazione già disponibili in letteratura.

## 2.2. RISOLUZIONE DELLO SCHEMA SEMPLIFICATO

La rigidità laterale complessiva del sistema di Fig. 1 b), con buona approssimazione, può essere ottenuta sommando le rigidità laterali degli schemi a) e b) di Fig. 2: - la rigidità dello schema a), indicata di seguito con  $D_d$ , fornisce il contributo offerto dal puntone diagonale, dipendente dalla rigidità assiale degli elementi del telaio, oltre che da quella del puntone stesso; - la rigidità dello schema b), indicata di seguito con  $D_f$ , è quella calcolabile per il telaio in assenza di tamponamento.

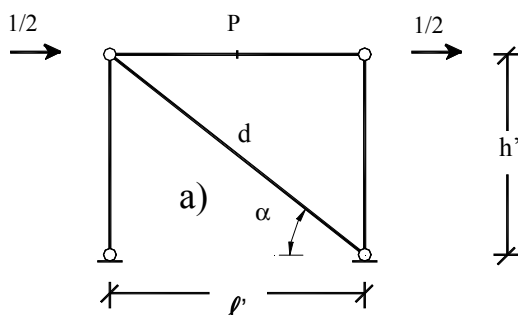
Includendo la deformabilità assiale della trave,  $D_d$  può essere calcolata dallo schema a) di Fig. 2, valutando lo spostamento orizzontale del punto P, per il quale si ottiene

$$\delta_{P,0} = \frac{1 + \frac{k_d}{k_c} \sin^2 \alpha}{k_d \cos^2 \alpha} + \frac{1}{4k_t} \quad (1)$$

in cui, per come segnalato nel precedente paragrafo, si ha

$$k_d = \frac{E_d s w}{d}; \quad k_c = \frac{E_f A_c}{h'}; \quad k_t = \frac{E_f A_t}{\ell'} \quad (2)$$

La rigidità laterale offerta dal puntone vale pertanto



$$D_d = \frac{1}{\delta_{P,0}} = \frac{k_d \cos^2 \alpha}{1 + \frac{k_d}{k_c} \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \frac{k_d}{k_t} \cos^2 \alpha} \quad (3)$$

Lo schema b) di Fig. 2 fornisce invece

$$D_f = 24 \frac{E_f I_c}{h'^3} \left( 1 - \frac{1.5}{3 \frac{I_t}{I_c} \frac{h'}{\ell'} + 2} \right) \quad (4)$$

Le espressioni (3) e (4) si prestano ad ovvie semplificazioni nel caso in cui la trave si supponga assialmente e/o flessionalmente indeformabile; in ogni caso non appare accettabile trascurare la deformabilità assiale dei pilastri nel calcolo di  $D_d$ , tenendo conto dei possibili valori del rapporto  $k_d/k_c$ .

## 2.3. CALCOLO DELLA SEZIONE DEL PUNTONE EQUIVALENTE

Indicando con  $D_i$  la rigidità laterale del telaio tamponato, valutata con metodo "esatto", e cioè considerando il pannello come una lastra in stato piano di tensione e tenendo conto della presenza di sconnessioni al contorno nelle regioni lungo le quali non si esercitano azioni normali mutue di compressione, perché risulti efficace la modellazione proposta in Fig. 1 b), dovrà porsi

$$D_i = D_d + D_f \quad (5)$$

Per ogni schema considerato, assumendo noto il valore di  $D_i$ , dedotto con la procedura descritta più avanti, ed essendo note tutte le quantità a secondo membro della (4), che consentono il calcolo di  $D_f$ , la (5) può essere risolta rispetto a  $D_d$ ; pertanto, tenendo conto di

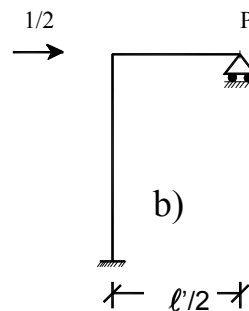


Figura 2. Modelli semplificati per il calcolo della rigidità laterale

(2) e (3), la larghezza della sezione del puntone equivalente, normalizzata rispetto alla lunghezza del puntone stesso, si valuta attraverso l'espressione

$$\frac{w}{d} = \frac{D_d}{E_d s \cos^2 \alpha} \frac{1}{1 - \frac{D_d}{k_c} \left( \frac{h^2}{\ell^2} + \frac{1}{4} \frac{k_c}{k_t} \right)} \quad (6)$$

A questo punto, dato uno schema strutturale del tipo di Fig. 1 a), rappresentativo, nei limiti prima precisati, del comportamento di una generica maglia di telaio in presenza di tamponatura, l'obiettivo di definire univocamente e rapidamente la sezione del puntone equivalente che figura nello schema semplificato di Fig. 1 b), impone di sviluppare i seguenti passi:

- prevedere un opportuno parametro  $\lambda$ , dipendente dalle caratteristiche elastiche e geometriche del sistema, dal quale sia ragionevole ipotizzare una dipendenza del rapporto  $w/d$  del tipo  $w/d = f(\lambda)$ ;
- definire una procedura di risoluzione esatta del problema che conduca al calcolo di  $D_i$ ;
- eseguire una sperimentazione numerica risolvendo telai tamponati diversi ma caratterizzati dallo stesso valore di  $\lambda$ , calcolando in sequenza  $D_i$  con procedura esatta,  $D_d$  da (4) e (5) e  $w/d$  dalla (6), controllando che, nei limiti di una accettabile approssimazione,  $\lambda$  sia effettivamente il parametro caratterizzante la risposta del pannello di tamponamento;
- costruire per punti la curva  $w/d = f(\lambda)$  proponendone una espressione analitica che approssimi i risultati dedotti numericamente.

Le fasi sopra descritte vengono sviluppate nei paragrafi che seguono; in ultimo viene anche sviluppata una analisi numerica che si riferisce a pannelli di tamponamento con apertura in posizione centrata e di forma omotetica a quella del pannello stesso. Per questi casi vengono proposte espressioni analitiche approssimate che consentono di valutare la perdita di rigidezza dovuta alla presenza del vano e, conseguentemente, la larghezza ridotta della sezione del puntone equivalente.

### 3. DEFINIZIONE DEL PARAMETRO $\lambda$

La Fig. 3 rappresenta qualitativamente la situazione di carico cui può ritenersi sottoposto il pannello di tamponamento per effetto delle azioni trasmesse dal telaio di contorno. Le tensioni tangenziali lungo le zone di contatto sono legate a quelle normali da un legame del tipo  $\tau = \mu \sigma$ , efficace finché le tensioni  $\sigma$  risultano di

compressione. Come rilevabile da analisi numeriche condotte con il metodo degli elementi finiti o con il metodo degli elementi di contorno, l'andamento più realistico delle tensioni mutue telaio-pannello è una curva decrescente, procedendo dai vertici lungo i lati del pannello, che può essere approssimato da un andamento lineare a tratti con pendenze dipendenti dalla discretizzazione effettuata (estesa all'intero pannello se si utilizzano E.F. o limitata al contorno se si utilizzano E.C.).

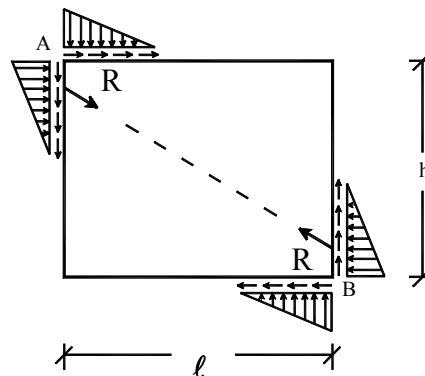


Figura 3. Schema di carico sul pannello

La rigidezza laterale  $D_d$  è rappresentata dal rapporto tra la componente orizzontale della risultante  $R$  delle azioni trasmesse dal telaio e lo spostamento relativo dei punti A e B, anch'esso proiettato lungo la stessa direzione. Se si fissa il rapporto  $\ell/h$  che definisce la forma del pannello e l'inclinazione della diagonale AB, la rigidezza laterale sopra definita può assumersi proporzionale al prodotto  $E_d s$  secondo un coefficiente  $\psi$  incognito, che dipende dal coefficiente di Poisson  $\nu$ , data la bidimensionalità del sistema, e dalla estensione delle regioni di contatto tra telaio e pannello, che condiziona la distribuzione del carico trasmesso e l'inclinazione della risultante.

Al riguardo si osserva che, secondo un consolidato approccio (Stafford Smith, 1966) l'estensione della zona di contatto da un canto viene dichiarata decisiva ai fini della determinazione della larghezza del puntone, dall'altro è determinata con una discutibile assimilazione del problema di contatto a quello fra trave elastica di fondazione (telaio) e suolo elastico (pannello).

In realtà questa assimilazione nasce dal fatto che le prime sperimentazioni furono effettuate su maglie di telaio tamponate, di forma quadrata e caricate diagonalmente, configurandosi così una situazione in cui effettivamente veniva chiamata in

causa pressoché esclusivamente la rigidità flessionale degli elementi del telaio, a differenza di quanto accade nella situazione di vincolo e di carico reale. D'altra parte, in seguito (Stafford Smith e Carter, 1969) si osservò che, nel caso reale di telai soggetti a forze orizzontali di piano, la lunghezza di contatto tra trave e pannello rimane pressoché invariata e indipendente dalla rigidità della trave stessa, potendosi assumere costante e pari alla metà circa del lato del pannello. Pur tuttavia si ritenne di potere mantenere valida l'analogia con il fenomeno di interazione trave di fondazione-terreno, considerando però come incognita l'estensione della zona di contatto solo lungo i lati verticali del pannello e ritenendola dipendente dalla rigidità flessionale del solo pilastro. Anche senza estendere le osservazioni critiche alle approssimazioni con cui venivano valutate le tensioni mutue (quelle tangenziali non furono considerate nel modello originario), al criterio secondo cui la risultante dovesse avere direzione diagonale, al metodo stesso con cui si determinava lo stato di deformazione del pannello-lastra (differenze finite), la precedente considerazione è sufficiente a giustificare la scelta qui operata di ritenere appunto incognito il fattore  $\psi$  sopra definito, sottolineando tuttavia che il ruolo preminente che esso esercita ai fini del calcolo di  $D_d$  è sostanzialmente quello di variare l'inclinazione della risultante indicata in Fig. 3, e comunque entro un campo di valori piuttosto limitato.

Per quanto detto, fissata la forma del pannello (rapporto  $\ell/h$ ) ed il coefficiente  $\nu$ , può quindi porsi

$$D_d = \psi E_d s \quad (7)$$

e, sostituendo la (7) nella (6), si ottiene

$$\frac{w}{d} = \frac{\psi}{\cos^2 \alpha \left[ 1 - \psi \frac{E_d s h'}{E_f A_c} \left( \frac{h'^2}{\ell'^2} + \frac{1}{4} \frac{A_c \ell'}{A_t h'} \right) \right]} \quad (8)$$

La (8) mostra che, se si assume che  $\psi$  sia lo stesso per pannelli riconducibili allo stesso valore di  $w/d$  e si pone  $h/\ell = h'/\ell'$  nel calcolo di  $\cos \alpha$ , può prevedersi che il calcolo "esatto" fornisca la stessa larghezza adimensionale di puntone quando assume lo stesso valore il parametro

$$\lambda = \frac{E_d s h'}{E_f A_c} \left( \frac{h'^2}{\ell'^2} + \frac{1}{4} \frac{A_c \ell'}{A_t h'} \right) \quad (9)$$

Nel caso in cui la trave si assuma assialmente indeformabile, il valore di  $\lambda$  si calcola dalla (9) ponendo  $A_t \rightarrow \infty$ .

## 4. CALCOLO ESATTO DELLA RIGIDEZZA LATERALE

### 4.1. MODELLAZIONE DEL SISTEMA TELAIO-PANNELLO

La modellazione effettuata per il calcolo esatto della rigidità laterale del sistema telaio-pannello si fonda sulla discretizzazione dei due sottosistemi mostrata in Fig.4. Il telaio è assunto incastrato alla base in corrispondenza dei nodi C e D e la sua deformata è caratterizzata dai valori dei tre parametri spostamento per ciascuno dei nodi numerati da 1 a 3m in figura.

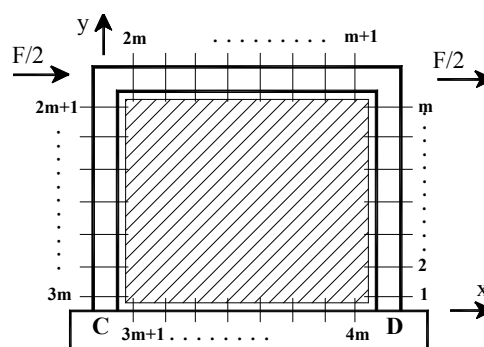


Figura 4. Discretizzazione del sistema

Il pannello è discretizzato al contorno in elementi di uguale dimensione per ogni lato ed in numero pari a  $4m$ , quanti sono i punti nodali, uniformemente distribuiti lungo il contorno. Per una immediata identificazione delle tensioni incognite (normale e tangenziale) in ogni nodo, ognuno dei quattro vertici del pannello è artificialmente sdoppiato in due nodi distinti, come indicato in figura, ciascuno chiaramente appartenente ad un solo lato del perimetro, secondo una tecnica di discretizzazione consolidata e affidabile.

Il pannello è schematizzato come una lastra in stato piano di tensione, costituita da materiale omogeneo e isotropo, avente modulo elastico  $E_d$  e coefficiente di Poisson  $\nu$ . L'andamento degli spostamenti nelle due direzioni e delle tensioni, normale e tangenziale, è assunto lineare per ogni elemento.

Coerentemente, ciascun elemento del telaio è modellato come un elemento "trave di Timoshenko", in maniera che, considerando due nodi consecutivi, in assenza di distacco fra i due sottosistemi, la congruenza degli spostamenti è assicurata lungo l'intero elemento da essi delimitato.

In aderenza allo schema di Fig. 1a), la trave di fondazione è assunta indeformabile. Le due forze

orizzontali che sollecitano la struttura si considerano concentrate ai nodi  $m+1$  e  $2m$  del telaio (Fig. 4).

Come già accennato nel precedente paragrafo, le tensioni mutue sono ammesse solo se quelle normali risultano di compressione; in questo caso le tensioni tangenziali sono ad esse legate da un legame di tipo attritivo, che consente scorrimento relativo, e che è caratterizzato dal coefficiente di attrito  $\mu$ .

Evitando di entrare nel dettaglio della formulazione analitica del problema, che riprende, seppure con sostanziali implementazioni, quella già proposta in un precedente lavoro (Papia, 1988), di seguito si descrive la strategia di soluzione che conduce per via iterativa, alla configurazione finale del sistema nel rispetto delle ipotesi assunte.

#### 4.2. DESCRIZIONE DEL PROCEDIMENTO DI CALCOLO

Nella prima fase dell'analisi si suppone che i nodi al contorno del pannello, numerati da 1 a  $3m$  in Fig. 4, si mantengano connessi al telaio, cosa che assicura che l'intero contorno, per i tre lati interessati, sia a contatto degli elementi del telaio, in base alla coerenza delle modellazioni assunte per i due sottosistemi. Inoltre si assume che i nodi da  $3m+1$  a  $4m$  si mantengano vincolati alla fondazione rigida.

Sotto queste ipotesi, per ciascuno dei nodi a contatto con il telaio sono da determinare cinque quantità incognite costituite da tre valori di spostamento/rotazione e due valori di tensione mutua (normale e tangenziale); per ciascuno dei nodi a contatto con la fondazione, dovendosi assumere nulli i valori degli spostamenti, risultano invece incogniti i due valori delle componenti di tensione mutua. Il numero complessivo delle incognite risulta pertanto  $5 \times 3m + 2 \times m = 17m$ .

Il sistema di equazioni disponibili è, d'altra parte, costituito dalle  $3 \times 3m$  equazioni di equilibrio per i nodi del telaio e dalle  $2 \times 4m$  equazioni integrali al contorno della lastra-pannello, i cui coefficienti, per il grado scelto per le funzioni spostamento e tensione, sono calcolabili in forma chiusa.

Disponendo pertanto di equazioni in numero pari alle incognite, questo primo passo di analisi può essere condotto senza difficoltà, consentendo peraltro di determinare il valore della rigidità iniziale del sistema, valido per forze applicate di modesta entità, quando le trazioni mutue risultano compatibili con quelle stimate in relazione al tipo di connessione realizzata.

Acquisito questo primo risultato, per ciascuno dei  $4m$  nodi comuni al pannello ed al telaio (da 1 a  $3m$ ) o al pannello e alla fondazione (da  $3m+1$  a  $4m$ ) potrà verificarsi che la tensione normale mutua tra i due sottosistemi risulti di compressione ovvero di trazione.

Nel primo caso, per i nodi a contatto con il telaio, nel successivo passo di analisi le cinque incognite saranno rappresentate da: - spostamento in direzione tangenziale, considerando il nodo appartenente al pannello; - spostamento in direzione tangenziale, considerando il nodo appartenente al telaio; - spostamento in direzione normale, considerando il nodo appartenente ad entrambe le sottostrutture; - rotazione del nodo pensato appartenente al telaio; - tensione normale mutua conseguente alla nuova modellazione. Si assumerà invece nota la tensione tangenziale mutua, pari al valore di quella normale calcolata al precedente passo, moltiplicato per il coefficiente di attrito.

Per i nodi a contatto della fondazione le due incognite saranno invece rappresentate dallo spostamento in direzione orizzontale del nodo pensato appartenente al pannello e dal valore di tensione normale mutua conseguente alla nuova modellazione, mantenendosi nulla la componente di spostamento verticale (il nodo rimane a contatto con la fondazione rigida) e dovendosi assumere la tensione tangenziale nota e calcolata come sopra detto per i nodi a contatto con il telaio.

Nel caso in cui il primo passo di analisi fornisca trazione normale mutua per un generico nodo, dovrà operarsi la completa sconnessione fra i due sottosistemi in corrispondenza del suddetto nodo. Pertanto, se il nodo è compreso fra quelli numerati da 1 a  $3m$ , le cinque incognite nel successivo passo di analisi saranno costituite dalle tre componenti di spostamento/rotazione del nodo pensato appartenente al telaio e dalle due componenti di spostamento del nodo pensato appartenente alla lastra; se il nodo è compreso fra quelli numerati da  $3m+1$  a  $4m$ , le due incognite sono rappresentate dalle componenti di spostamento del nodo al contorno della lastra. Per entrambe le categorie di nodo le tensioni mutue, normale e tangenziale, andranno poste pari a zero.

I successivi passi di analisi, fino alla convergenza, prevedono controlli e nuove definizioni delle incognite, in relazione alla configurazione del sistema di volta in volta determinata. Più precisamente possono verificarsi i seguenti casi:

- per un nodo connesso nel precedente passo di analisi si verifica ancora una tensione mutua di

compressione; in questo caso le incognite rimangono invariate e si aggiorna il valore della tensione tangenziale mutua in base al nuovo valore della tensione normale;

- per un nodo connesso nel precedente passo di analisi si verifica tensione normale mutua di trazione; nel successivo passo di analisi, in corrispondenza di questo nodo, le due sottostrutture dovranno assumersi sconnesse, procedendo come già descritto nel caso in cui la circostanza si verifica nel primo passo di analisi;

- per un nodo sconnesso si verificano spostamenti normali che implicano compenetrazione delle due sottostrutture; nel successivo passo di analisi le due sottostrutture dovranno considerarsi riconnesse in corrispondenza di questo nodo, per il quale le incognite ritornano ad essere quelle prima indicate per il comportamento "ad attrito".

Le analisi numeriche condotte, i cui risultati sono descritti nei successivi paragrafi, mostrano che, adottando una adeguata discretizzazione, le prime iterazioni convergono rapidamente verso la definizione della porzione di contorno del pannello che rimane a contatto con il telaio e con la fondazione; le successive conducono a verificare pressoché esattamente il legame  $\tau = \mu \sigma$  imposto per i punti che rimangono a contatto.

Raggiunta la convergenza, la rigidezza laterale  $D_i$  del sistema, definita nel paragrafo 2.3, si determina dal rapporto fra la forza  $F$ , applicata come in Fig.4, e la media di valori di spostamento orizzontale calcolati per i nodi del telaio numerati con  $m+1$  e  $2m$ .

## 5. RISULTATI DELL'ANALISI NUMERICA

Per confermare la validità dell'approccio proposto è stata presa in considerazione una vasta casistica, risolvendo con il metodo esatto sistemi per i quali il parametro  $\lambda$  definito dalla (9) varia secondo una fitta scansione, intervenendo su tutti i parametri strutturali che ne determinano il valore.

L'analisi è stata condotta distintamente per pannelli quadrati ( $\ell/h=1$  in Figg. 1, 3) e pannelli rettangolari con  $\ell/h=1.5$ , essendo  $\ell/h$ , come già precisato, un parametro indipendente. Inoltre, per ciascuna delle serie di analisi sono stati considerati quattro distinti valori del coefficiente di Poisson per il materiale costituente il pannello-lastra:  $\nu = 0, 0.15, 0.30, 0.45$ .

Per contro, i dati mantenuti invariati in tutte le risoluzioni numeriche effettuate sono: - la larghezza della sezione di trave e pilastri, assunta

pari a 25 cm; il coefficiente di Poisson per il materiale costituente il telaio, pari a 0.15, ed il fattore di taglio per la sezione rettangolare di trave e pilastri, pari a 1.2 (questi dati sono necessari per la definizione della matrice di rigidezza dell'elemento "trave di Timoshenko"); il coefficiente di attrito  $\mu$  che condiziona il rapporto fra tensioni normali e tangenziali mutue nelle regioni di contatto dei due sottosistemi, assunto pari a 0.45.

Questo valore è lo stesso già adottato da Saneinejad e Hobbs (1995) e coincide con quello suggerito dalle norme ACI 530-88, nel caso di pannelli in muratura. In realtà sono state condotte alcune prove assumendo per sistemi identici anche i valori  $\mu=0.30$  e  $\mu=0.60$ , rilevando che questo parametro, entro un ragionevole campo di variazione, è pressoché ininfluenza ai fini del calcolo di  $D_i$ . La circostanza trova giustificazione se si considera che il coefficiente  $\mu$  interviene localmente sul rapporto fra tensioni normali e tangenziali, ma, non alterando la rigidezza laterale del pannello, non incide globalmente sulla risultante degli sforzi trasmessi dal telaio, né, significativamente, sulla sua direzione.

I campi di variazione utilizzati per i parametri che concorrono a definire  $\lambda$  secondo la (9) sono di seguito specificati:

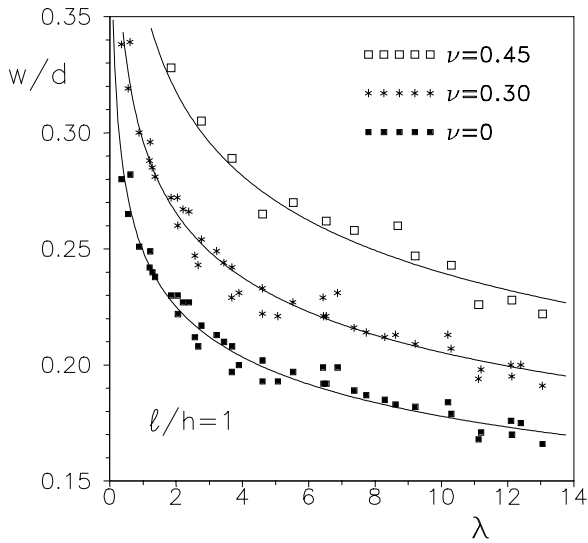
- altezza della sezione della trave in cm:  $30 \leq H_t \leq 60$ ;
- altezza della sezione dei pilastri in cm:  $25 \leq H_c \leq 70$ ;
- altezza del pannello di tamponamento in cm:  $225 \leq h \leq 550$ ;
- spessore del pannello in cm:  $12.5 \leq s \leq 25$ ;
- rapporto fra i moduli elastici:  $1 \leq E_f/E_d \leq 10$ .

Al variare dei parametri strutturali in questi campi è possibile ottenere, con una scansione sufficientemente fitta, valori del parametro  $\lambda$  compresi negli intervalli:  $0.35 \leq \lambda \leq 13.30$ , per  $\ell/h=1$  e  $0.20 \leq \lambda \leq 10.10$  per  $\ell/h=1.5$ .

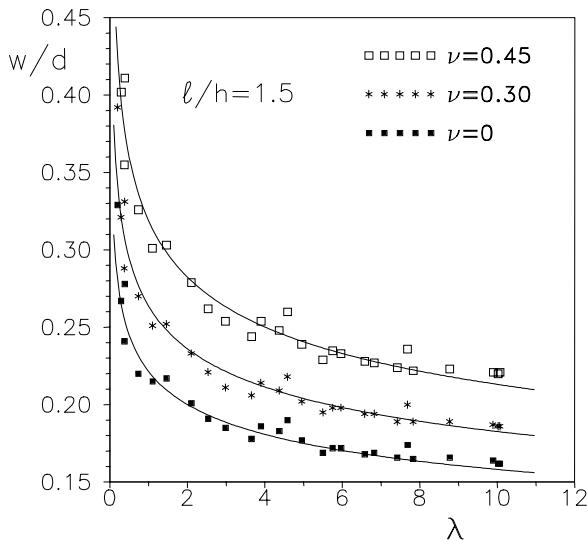
Si fa in ultimo osservare che i valori della rigidezza laterale  $D_i$  dei sistemi esaminati nell'analisi condotta, al variare dei parametri strutturali negli intervalli sopra specificati, risultano compresi nell'ampio intervallo  $90 \text{ kN/mm} \leq D_i \leq 500 \text{ kN/mm}$ , a conferma che la classe di strutture considerate è sufficientemente vasta da conferire generalità ai risultati ottenuti.

Nota la rigidezza  $D_i$  dall'analisi esatta, attraverso le equazioni (4), (5) e (6), si ricavano i valori di  $w/d$  corrispondenti a tutti i casi esaminati, verificando che, con una accettabile approssimazione, sia possibile assumere, per assegnati valori di  $\nu$  e  $\ell/h$ , una esclusiva dipendenza del parametro  $\lambda$  definito dalla (9).





**Figura 5.** Curve  $w/d-\lambda$  per pannelli di forma quadrata



**Figura 6.** Curve  $w/d-\lambda$  per pannelli rettangolari con  $l/h=1.5$

I risultati ottenuti dalla procedura descritta sono riportati in Fig. 5 per sistemi dotati di pannelli di tamponamento quadrati ( $l/h=1$ ), e in Fig. 6 per i sistemi con pannello di tamponamento di forma rettangolare con  $l/h=1.5$ .

Per chiarezza di rappresentazione, i risultati ottenuti per  $\nu=0.15$ , per entrambi i valori del parametro  $l/h$ , non sono riportati nelle suddette figure; ci si limita qui a sottolineare che essi risultano assolutamente coerenti con quelli mostrati, corrispondenti agli altri valori di  $\nu$  presi in considerazione.

Le curve di Figg. 5 e 6 rappresentano espressioni analitiche di buona approssimazione, dedotte sulla base dei risultati numerici. Per esse

vale l'espressione

$$\frac{w}{d} = \frac{c}{z} \frac{1}{\lambda^\beta} \quad (10)$$

In cui

$$c = 0.249 - 0.0116 \nu + 0.567 \nu^2 \quad (11)$$

$$\beta = 0.146 + 0.0073 \nu + 0.126 \nu^2 \quad (12)$$

$$z = \begin{cases} 1 & \text{per } l/h = 1 \\ 1.125 & \text{per } l/h = 1.5 \end{cases} \quad (13)$$

Ai fini delle pratiche applicazioni si fa osservare che, disponendo della (10), attraverso le equazioni (2), (3), (4) e (5) può valutarsi con buona approssimazione la rigidezza laterale della generica maglia del telaio tamponato, senza ricorrere all'uso di grafici né tanto meno alla risoluzione esatta.

## 6. EFFETTI DELLE APERTURE NEI PANNELLI DI TAMPONAMENTO

La presenza di aperture per vani porta o finestra nei pannelli di tamponamento può determinare significative perdite di rigidezza locale con conseguente sovraccarico dei pilastri del piano interessato e variazioni dell'eccentricità strutturale di piano relativamente all'edificio nel suo complesso.

L'affidabilità dei modelli che rappresentano il comportamento del pannello con apertura quale quello di un controtelaio interno, è strettamente legata alla dimensione del vano e, per gli usuali valori delle suddette dimensioni in rapporto a quelle della maglia tamponata, si rivela in genere insufficiente. Le ricerche teoriche e sperimentali su questo specifico aspetto del problema sono in verità poco numerose; alcuni riferimenti bibliografici e risultati di alcune indagini condotte sono riportate in Hendry (1986), ma non consentono conclusioni definitive.

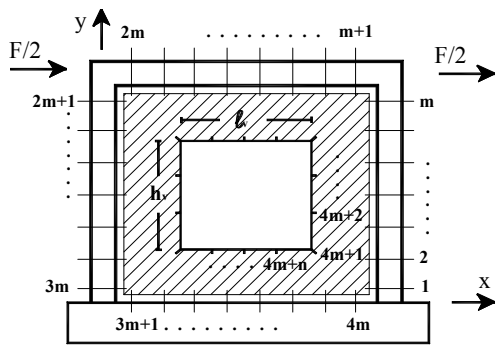
Sulla base di queste considerazioni, l'indagine numerica viene qui finalizzata a valutare la possibilità di correlare la perdita di rigidezza del pannello alla dimensione del vano e, più precisamente, a dedurre il fattore di riduzione della sezione del puntone diagonale equivalente ai fini della rigidezza laterale, attraverso il quale correggere l'espressione (10), valida per il pannello pieno, mantenendo efficace lo schema semplificato di Fig. 1 b).

L'indagine è stata condotta limitatamente al caso di aperture definite da un solo parametro; pertanto si tratta di vani omotetici rispetto al pannello cui appartengono ed ubicati in posizione

centrata. Con queste restrizioni il parametro che caratterizza la presenza dell'apertura è rappresentato dal rapporto tra una qualsiasi delle due dimensioni dell'apertura e la corrispondente dimensione del pannello in cui essa è praticata.

La modellazione del sistema ai fini del calcolo esatto di  $D_i$ , secondo la procedura descritta al paragrafo 4, rimane sostanzialmente invariata per quanto riguarda la discretizzazione del telaio ed il contorno del pannello; è semplicemente da considerare ora che, avendo esteso la discretizzazione della lastra anche al perimetro del vano secondo lo schema di Fig. 7, il numero di incognite complessivo risulta pari a  $17m+2n$ , essendo  $n$  il numero di punti nodali uniformemente distribuiti lungo il contorno interno.

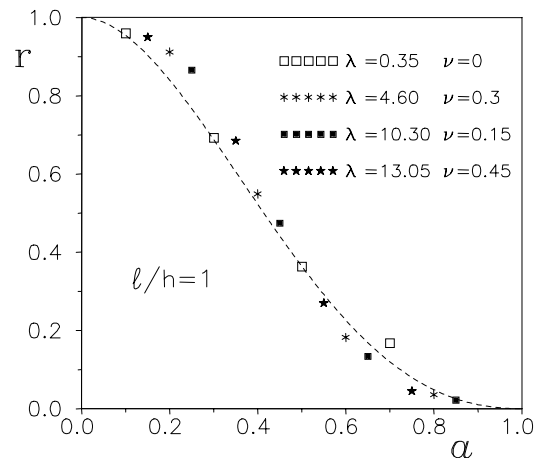
Le  $2n$  nuove incognite rappresentano ovviamente le componenti di spostamento dei suddetti punti nelle due direzioni e, d'altra parte, sono ora disponibili, rispetto al caso di pannello pieno,  $2n$  ulteriori equazioni integrali al contorno, che consentono la soluzione del problema.



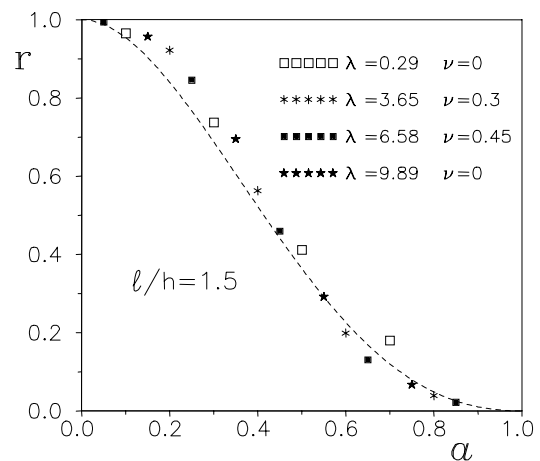
**Figura 7.** Discretizzazione del sistema telaio-pannello con apertura

L'aggiornamento delle incognite relative ai punti nodali ubicati al contorno esterno del pannello-lastra avviene, ad ogni passo della procedura iterativa di soluzione, secondo gli stessi criteri precedentemente descritti, senza che i nodi al contorno interno del pannello siano coinvolti, essendo per essi in ogni caso da determinare incognite spostamento. Questa circostanza consente di evitare lo sdoppiamento dei nodi ai vertici del vano, come può rilevarsi dalla Fig. 7.

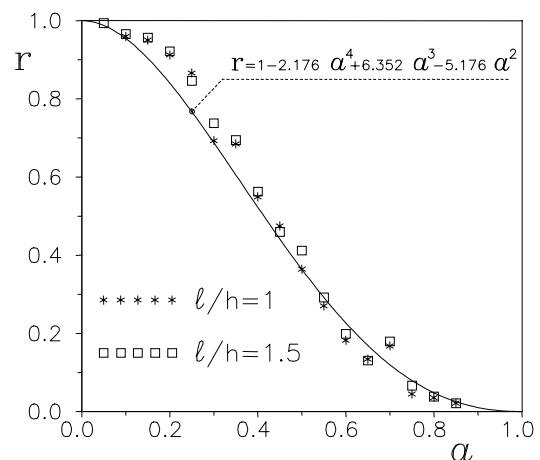
Dal punto di vista del calcolo è invece opportuno segnalare che la maggiore deformabilità del pannello al crescere della dimensione del vano estende la regione di contatto tra le due sottostrutture e rende generalmente necessario un maggior numero di iterazioni perché essa venga definitivamente individuata. Si tratta comunque di un modesto aggravio di tempi di calcolo, che si mantengono in ogni caso piuttosto contenuti.



**Figura 8.** Perdita di rigidezza laterale per pannelli quadrati ( $l/h=1$ ) con apertura di uguale forma in posizione centrata



**Figura 9.** Perdita di rigidezza laterale per pannelli rettangolari ( $l/h=1.5$ ) con apertura di uguale forma in posizione centrata



**Figura 10.** Perdita di rigidezza laterale per aperture di forma uguale al pannello e in posizione centrata

L'indagine è stata condotta per le stesse tipologie strutturali esaminate al precedente paragrafo: pannelli quadrati con  $\ell/h=1$  e pannelli rettangolari con  $\ell/h=1.5$ , considerando in entrambi i casi quattro diversi valori del coefficiente di Poisson per la lastra.

Indicando con  $w_v$  la larghezza della sezione del puntone equivalente nel caso di pannello con apertura, e mantenendo il simbolo  $w$  per la larghezza della sezione del puntone equivalente allo stesso pannello pensato privo di aperture, l'analisi numerica tende a verificare la possibilità di definire una funzione  $r = f(\alpha)$ , con  $\alpha = h_v/h = \ell_v/\ell$  parametro caratteristico della dimensione del vano e  $r = w_v/w$ .

Le Figg. 8 e 9 mostrano i risultati ottenuti rispettivamente per pannelli quadrati e rettangolari. Nell'ambito di ciascuna figura è possibile rilevare che il fattore di riduzione  $r$  è sostanzialmente indipendente dal valore di  $v$  e dal valore del parametro  $\lambda$  espresso dalla (9) per il pannello pieno.

Il confronto fra i risultati di Fig. 8 e Fig. 9 mostra inoltre che la geometria del pannello (rapporto  $\ell/h$ ) risulta ininfluente ai fini del calcolo della perdita di rigidità laterale. Questa può essere allora rappresentata da un'unica legge  $r = f(\alpha)$ , come mostrato dalla curva continua riportata in Fig.10, dove sono raccolti in un unico diagramma i risultati ottenuti separatamente per le due diverse tipologie considerate.

In realtà, ai fini delle concrete applicazioni, se si considera il rapporto  $\alpha$  compreso nel campo  $0.2 \leq \alpha \leq 0.7$ , la curva  $r = f(\alpha)$  rappresentata in Fig.10 può essere più semplicemente sostituita dalla retta

$$r = 1.24 - 1.7 \alpha \quad (14)$$

in cui  $r$ , al crescere di  $\alpha$ , varia nel campo  $0.9 \geq r \geq 0.05$ . Per la classe di sistemi esaminati la sezione del puntone diagonale equivalente, nel caso di pannelli con apertura, può essere rapidamente valutata utilizzando le equazioni (9), (10), (14).

## BIBLIOGRAFIA

- [01] **J. R. BENJAMIN, H. A. WILLIAMS**, "The behaviour of one-story brick shear walls", J. Struct. Div., ASCE, Vol. 84, pp. 1-30, 1958.
- [02] **H. HOLMES**, "Steel frames with brickwork and concrete infilling", Proc. ICE, Vol. 19, pp. 473-478, 1961.
- [03] **B. STAFFORD SMITH**, "Behaviour of square infilled frames", J. Struct. Div., ASCE, Vol. 92, pp. 381-403, 1966.
- [04] **B. STAFFORD SMITH, C. CARTER**, "A method of analysis for infilled frames", Proc. ICE, Vol. 44, pp. 31-48, 1969.
- [05] **R. J. MAINSTONE**, "On the stiffness and strength of infilled frames", Proc. ICE, Supplement IV, Paper 7360S, pp.57-90, 1971.
- [06] **V. V. BERTERO, S. BROKKEN**, "Infills in seismic resistant building" J. Struct. Engrg., ASCE, Vol. 109, pp.1337-1361, 1983.
- [07] **A. W. HENDRY**, "Statica delle strutture in muratura di mattoni", Patron Editore, Bologna, pp. 230-234, 1986.
- [08] **M. PAPIA**, "Analysis of infilled frames using a coupled finite element and boundary element solution scheme", Int. J. Numerical Meth. in Engrg., Vol 26, pp. 731-772, 1988.
- [09] **P. D'ASDIA, F. PALOMBINI**, "Infilled-frame: una legge costitutiva per il puntone equivalente", Ingegneria Sismica n.3, pp. 3-11, 1993.
- [10] **A. SANEINEJAD, B. HOBBS**, "Inelastic design of infilled frames", J. Struct. Engrg., ASCE, Vol. 121, pp. 634-650, 1995.
- [11] **A. MADAN, A. M. REINHORN, J. B. MANDER, R. E. VALLES**, "Modeling of masonry infill panels for structural analysis", J. Struct. Engrg., ASCE, Vol. 123, pp. 1295-1302, 1997.
- [12] **A. B. MEHRABI, P. BENSON SHING**, "Finite element modeling of masonry-infilled RC frames", J. Struct. Engrg., ASCE, Vol. 123, pp. 604-613, 1997.
- [13] **ACI 530. 1-88/ASCE 6-88**: "Specification for masonry structures", Am. Concr. Inst. (ACI), Detroit, Mich., 1988.